

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОЛУЧЕНИЯ БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ

Арк. В. Климов

В докладе излагается методика "почти механического" получения некоторых эффективных параллельных алгоритмов.

В качестве исходного "языка описания задачи" будем использовать язык рекурсивных уравнений. Если весь вход задачи обозначить через X , а выход (включая промежуточные результаты) - через Y то задача задается в форме:

$$Y = R(X, Y) \quad (1)$$

где R - некоторое выражение из первичных функций, которые можно вычислять непосредственно.

Эту форму следует считать промежуточной между описанием произвольного предиката $P(X, Y)$ связывающего вход и выход, и заданием алгоритма функции f , вычисляющей Y по X . Наша цель - извлечь алгоритм из рекурсивного уравнения (1). Смысл такой постановки вопроса в том, что рекурсивное уравнение часто написать проще, чем алгоритм. Более того, для многих задач уравнение является, по убеждению автора, необходимой ступенью на пути к алгоритму.

При фиксированном X уравнение (1) принимает вид

$$Y = F(Y) \quad (2)$$

Области значений неизвестных должны быть определены как частично упорядоченные множества в духе работы [1]. Для нас важно, чтобы уравнение (2) было в принципе разрешимо путем итерационного вычисления:

$$Y_0 := \text{"неопределено"} \\ Y_{i+1} := F(Y_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

дающего в пределе неподвижную точку оператора F

Когда уравнений много, это вычисление хорошо распараллели-

вается, т.к. разные уравнения обчисляются независимо. Тем не менее непосредственное вычисление неподвижной точки весьма неэффективно: часто приходится заново вычислить одно и то же. Ниже рассматриваются два специальных метода, приводящих к более эффективным алгоритмам.

Когда значения Y - сложные структуры, состоящие из многих компонентов, имеет смысл инкрементный метод вычисления неподвижной точки. Его суть в том, что вычисление $Y = F(Y)$ заменяется на вычисление "изменения Y " по "изменению Y ". В процессе работы поддерживается список изменений. Вычисление завершается, когда список становится пустым.

Пример. Задан массив $A[1, \dots, N]$. Требуется вычислить массив частичных сумм $B[1, \dots, N]$, который определяется как

$$B = \text{shift}(1, B) + A \quad (3)$$

где $\text{shift}(k, X)$ - оператор сдвига массива X на k элементов. Вычисления по инкрементному методу будут соответствовать обычному последовательному суммированию.

Инкрементный метод, хотя и уменьшает общее число операций, но ухудшает распараллеливаемость алгоритма.

Второй метод ускорения - метод сдваивания. Вновь рассмотрим уравнение (2). Положим

$$F_0 = F$$

$$F_{k+1} = F_k \circ F_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

где \circ - операция суперпозиции функций. Если предел $\{Y_i\}$ достигается при $i = n$, то теперь достаточно вычислить

$$Y = F_j \quad (\text{"неопределено"}),$$

где $j = \log_2(n)$. Вопрос лишь в том, будет ли увеличиваться сложность вычисления суперпозиции $F_k \circ F_k$ с ростом k .

В применении к задаче (3) имеем:

$$F_0(Y) = \text{shift}(1, Y) + A,$$

$$F_1(Y) = F_0(F_0(Y)) =$$

$$= \text{shift}(1, \text{shift}(1, Y) + A) + A =$$

$$= \text{shift}(1, \text{shift}(1, Y), 1) + \text{shift}(1, A) + A =$$

$$= \text{shift}(1+1, Y) + [\text{shift}(1, A) + A]. \quad (5)$$

Заметим, что формулы (4) и (5) можно обобщить до

$$F_{\%i}(y) = \text{shift}(\%k, y) + \%c \quad (6)$$

где $\%i$, $\%k$ и $\%c$ — метапеременные (индекса и "константных" подвыражений). Это обобщение может быть получено "механически" применением техники окрестностного анализа ([2,3]) к процессу перехода от формулы (4) к формуле (5). Оно приводит к тому, что результат сдвигания формулы (6) есть формула того же вида (6). Процесс последовательных сдвиганий сворачивается в цикл. Условие окончания цикла вытекает из априорной оценки числа итераций. В результате после всех упрощений получается следующая программа, выполняющаяся за параллельное время $O(\log_2(N))$

```

k := 1;
c := A;
while k < N do
begin
  c := shift(k, c) + c;
  k := k + k;
end;
y := c

```

Аналогично можно получить известный [4] алгоритм суммирования двоичных чисел длины n за время $O(\log_2(n))$.

Применимость метода в значительной степени зависит от "мощности" используемой системы эквивалентных преобразований. Если допустить преобразования уравнений, а не только выражений, то, например, трехдиагональная система линейных уравнений, записанная в виде:

$$x = A \text{ shift}(1, x) + B \text{ shift}(-1, x) + C$$

может быть свернута в эффективную программу, исполняемую за параллельное время $O(\log_2(n))$

Выводы. Из постановки задачи в форме рекурсивных уравнений можно получать эффективные алгоритмы путем специализации универсальных алгоритмов, вычисляющих наименьшую неподвижную точку, в применении к этим уравнениям. Недавние успехи в области построения автоматического специализатора программ [2,5] вселяют надежду на возможность полного переложения этих методов на ЭМ в недалеком будущем.

Литература

1. Scott D. Outline of a mathematical theory of computation. Ann. Princeton Conf. Inf. Sc. and Syst., 1972, p. 169-176.
2. Turchin V.F. The language Refal, the theory of compilation and metasystem analysis. Technical Report No 018, January 1980, Computer Science Dep. N.Y. University.
3. Кондратьев Н.В. Частичные вычисления над языком Рефал. - В кн. Вопросы кибернетики. Проблемно-ориентированные вычислительные системы. Вып. 125. Ред. А.К.Айламазян. - Москва, Научный совет АН СССР по комплексной проблеме "Кибернетика", 1987, с.36-54.
4. Winograd S. On the time required to perform addition. J. Ass. Comput. Mach., vol. 12, No. 2, p. 277-285, 1965.
5. Романенко С.А. Генератор компиляторов, порожденный самприменением специализатора, может иметь ясную и естественную структуру. Препринт ИТМ АН СССР. Вып. 26, 1987.

**СЕМИОТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
ФОРМАЛИЗАЦИИ
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

**Всесоюзная школа-семинар
«Боржоми-88»**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ И СООБЩЕНИЙ

МОСКВА 1988

Всесоюзный институт научной и технической информации

ГКИТ СССР и АН СССР

Институт кибернетики АН Грузинской ССР

Вычислительный центр АН СССР

**Научный совет по проблеме "Искусственный интеллект" Отделения
информатики, вычислительной техники и автоматизации АН СССР**

СЕМИОТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

ФОРМАЛИЗАЦИИ

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Всесоюзная школа-семинар

г.Боржоми, 22-30 апреля 1988 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ И СООБЩЕНИЙ



Москва 1988

Председатели Оргкомитета чл.-корр. АН ГССР Г.Д. х а р а т и ш в и л и
проф. П.В. Неостеров

Председатель Программного комитета академии Г.С. П о с п е л о в

Руководители секций

Проф. Д.А. П о с п е л о в , докт. филол.наук Вяч.В.И в а н о в

Составитель

к.с.и. В.К. Ф и н и

Редакторы

к.ф.-м.и. М.М. З а б е ж а й л о , Е.В. Р а х и л и н а ,
В.В. Р ы ж и н о в , к.ф.-м.и. Д.П. С и в о р ц о в ,
Е.Ф. Ф е б р и а н т о в а , М.В. Ф и л и п е н н о

Ответственный редактор

доц. Р.С. Г и я р е в о и я

С Е К Ц И Я I

ЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА
ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Руководитель

Д.А. П о с п е л о в

Ученый секретарь

В.Ф. Ф а б р и к а н т о в а

	Сдано в набор 15,03,88	
Подписано в печать 26,02,88		Т-02869
Формат 60x90 1/16	Печать офсетная	Бум. офс.
Усл.печ.л 26,5	Усл.кр.-отт. 26,62	Уч.-изд.л 22,81
Тир. 250 экз.	Зах. 2226	Цена 1р.55к.

Производственно-издательский комбинат ВИНТИ
140010, Люберцы 10, Московской обл.,
Октябрьский проспект, 403